# Formeln für die Europawahl

Am 7. Juni werden die 785 Abgeordneten des Europaparlaments neu gewählt. Der Wähler hat das Wort, doch was am Ende herauskommt, ist auch eine Frage der Mathematik. Von der Anzahl der Wählerstimmen hängt natürlich ab, wie viele Abgeordnete jede Partei bekommen soll – aber das geht üblicherweise nicht auf. Also muss gerundet werden, aber wie? Wuss-



ten Sie, dass die deutschen Landesparlamente nach ganz unterschiedlichen Regeln besetzt werden und dass das Ergebdurchaus von der Formel abhängt, die bei

der Sitzverteilung verwendet wird? Im Laufe der Zeit haben in Deutschland von unzählig vielen Sitzverteilungsverfahren drei Eingang in die Wahlgesetzgebung gefunden: das D'Hondtsche Höchstzahlverfahren, das Hare/Niemeyer-Verfahren und das Divisorverfahren mit Standardrundung (Sainte-Lague/Schepers). Alle drei werden als "gerecht" bezeichnet. Doch je nach Verfahren ergeben sich minimale Vorteile für kleine oder große Parteien. Die Mathematik ist also das Zünglein an der Waage.

Doch was ist schon "gerecht"? Und kann man Gerechtigkeit mathematisch modellieren? Man kann fünf einfache Forderungen aufstellen, die jedes "gerechte" Auszählungsverfahren erfüllen sollte - unter anderem, dass mehr Stimmen nicht zu weniger Abgeordneten führen sollten. Doch dann lässt sich mathematisch beweisen, dass es kein Auszählungsverfahren geben kann, das alle diese Bedingungen erfüllt.

Welche der Forderungen sind also wirklich wichtig, welche verhandelbar? Friedrich Pukelsheim, Mathematikprofessor aus Augsburg, favorisiert zum Beispiel das "Divisorverfahren mit Standardrundung", mit dem die deutschen Stimmen bei der Europawahl ausgewertet werden. Doch es ginge natürlich auch ganz anders.

Prof. Günter M. Ziegler, TU Berlin

 $Infos\ zum\ Mathematik Monat Mai:$ http://dmv.mathematik.de

#### Gesundheit

### Hirntraining, aber richtig

Viel zu viel Unsinn ist über die Abläufe im Kopf in Umlauf. Zehn der größten Irrtümer – und was wirklich klüger macht. Seite W2

#### **Partnerschaft** Krise in den Kissen

Von wegen oversexed: In deutschen Betten ist die schönste Nebensache wirklich nebensächlich. Aber warum?

## Wissenschaft für Kinder

### Malkreide aus Eierschalen

Der Frühling ist da. Zeit für Hüpfkästchen und bunte Malereien. Die Kreide dazu kann man leicht selber basteln. Seite W3

### **Buch der Woche**

#### Bonk: Alles über Sex - von der Wissenschaft erforscht

Schon gewusst? Die Stoßkraft eines Mannes beim Verkehr entspricht ungefähr der Kraft, die man benötigt, um eine Schwing-



tür zu öffnen; die Collagen-Fasern um den Schwellkörper eines eri-Penis gierten sind, was die Dichte betrifft, genauso steif wie Stahl. Oder: Kannten Sie den frühesten wissenschaftlich doku-

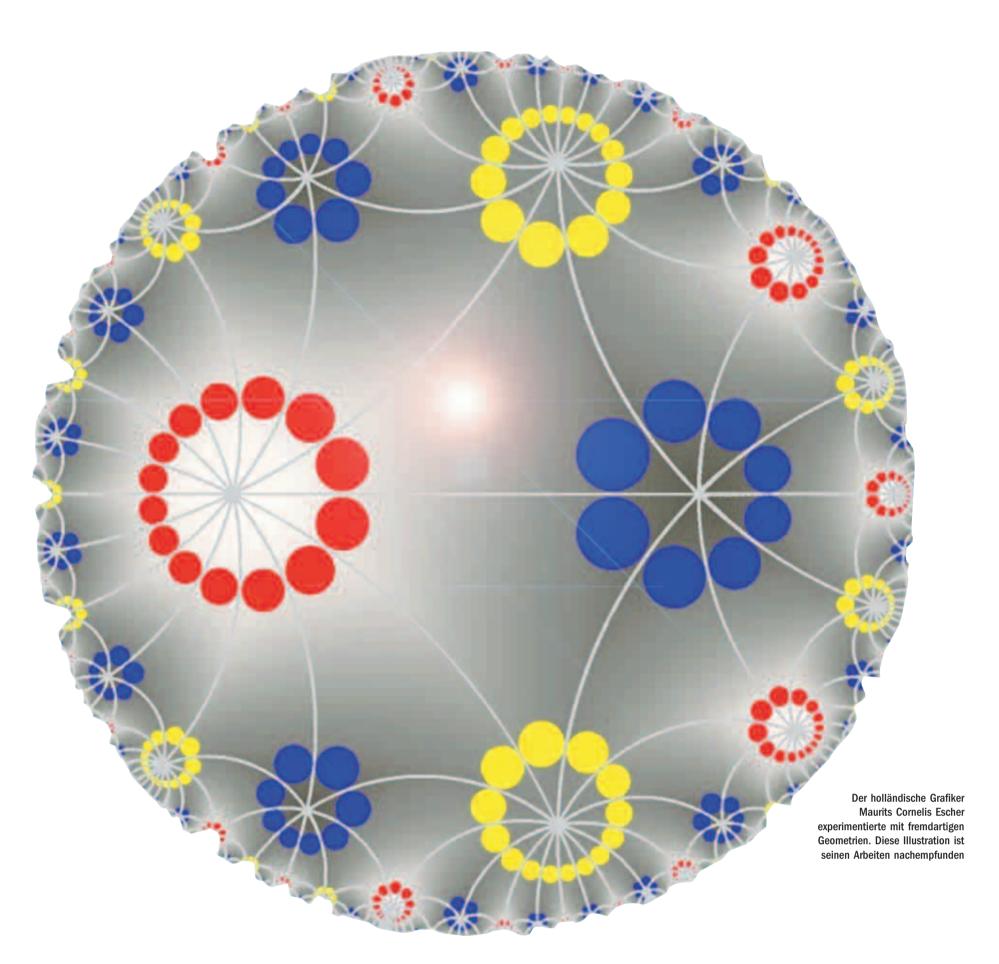
mentierten Orgasmus der Menschheit? Über Sex wissen wir erstaunlich wenig noch weniger ist bekannt, was Forscher unternehmen, um das zu ändern. Sie messen Muskelkontraktionen, Ejakulationsweiten und Masturbationsfrequenzen. Die US-amerikanische Wissenschaftsjournalistin Mary Roach hat zusammengetragen, was Forscher über Sex wissen, sie hat sie in den Labors besucht und sich mit ihrem Mann als Testperson zur Verfügung gestellt. "Gewissenhaft notierten die Forscher jede Schleimhautverfärbung, jedes Muskelzucken. Zuweilen haben sie sogar eine Penis-Kamera eingeführt, um wirklich schamhaargenau zu beschreiben, was vor sich geht", beschrieb Roach anschließend. Amüsant und lehrreich berichtet die Autorin von den unermüdlichen Versuchen. Nur eine Frage kann das Buch nicht beantworten: Wie findet man einen Partner, mit dem sich das Wissen teilen lässt?

Mary Roach. Fischer Verlag, Frankfurt. 315 Seiten, 10,95 Euro

Wissenschaft:

Telefon: 030 - 25 91 - 7 36 36 Fax: 030 - 25 91 - 7 19 67 E-Mail: wissenschaft@welt.de Internet: welt.de/wissenschaft





# Genie der Geometrie

Michail Gromow wird mit dem höchsten Preis für Mathematik ausgezeichnet. Ein kleiner Einblick in seine Gedankenwelt

Von Ehrhard Behrends

m kommenden Dienstag wird in Oslo der Abelpreis verliehen – eine Ehrung, die in Fachkreisen gerne auch als "Nobelpreis für Mathematik" bezeichnet wird. Dann wird der norwegische König Harald

> Zeremonie einen Scheck über 700 000 Euro an den russisch-französischen Mathematiker Michail Leonido-Gromow witsch (65) überreichen -Mathematikprofessor am Institut des Hautes Études Scientifiques in Bures-sur-Yvette,

im Rahmen einer feierlichen

Frankreich. Gromov hatte in Leningrad studiert, dem heutigen St. Petersburg. Bereits seit 1982 arbeitet der Mathematiker am renommierten mathematischen Forschungs-

institut IHES bei Paris. Ausgezeichnet mit dem Abel-Preis wird er für seine bahnbrechenden Leis-

Mathematisches Feuerwerks

Formen von ungewöhnlichen

Die Fantasie der Wissen-

schaftler hat zahlreiche

geometrischen Räumen

erschaffen

tungen auf dem Gebiet der Geometrie. Niels-Henrik Abel (1802 – 1829), nach dem dieser Preis benannt ist, war ein mathematisches Genie, fand jedoch in seinem Heimatland Norwegen keine Möglichkeit, sich mit seiner Begabung einen Lebensunterhalt zu verdienen. Sein Leben war von Entbehrung und Krankheit geprägt. Der Ruf auf eine Professur in Berlin, der seinem Leben eine Wende hätte geben können, erreichte ihn nicht mehr: Wenige Tage vorher war er verstorben. Norwegen ehrt sein zu Lebzeiten verkanntes Mathematik-Genie seit 2003 durch einen Preis, dessen Preissumme auf dem Niveau der Nobelpreise liegt.

Geometrie, das griechische Wort für "Erdvermessung", ist eines der ältesten mathematischen Gebiete. Hier wurden die ersten durch exakte Beweise abgesicherten Ergebnisse erzielt. Mit Linien, Kreisen und Dreiecken beschäftigen sich die Mathematiker seit mehr als 2500 Jahren. Zum Teil hatte das handfes-

te wirtschaftliche Gründe. Zum Beispiel dann, wenn man sich entscheiden muss, wie man die gekrümmte Erdoberfläche auf ein ebenes Blatt Papier abbildet. Oder ganz aktuell - wenn beim GPS-Positionsbestimmungssystem durch die Messung der minimal zeitversetzten Signale mehrerer Satelliten, eine exakte gegenwärtige Position auf der Erdoberfläche ermittelt werden soll. Es ist wahrscheinlich, dass

sich die Mathematiker von Anfang an mit mindestens der gleichen Intensität um die grundsätzlichen Fragen der Geometrie gekümmert haben. Welche Voraussetzungen sind für die Grundlegung der Geometrie unabdingbar? Oder: Ist unsere "naive" Erfahrungsgeometrie, die so genannte euklidische Geometrie, die einzig mögliche?

Die Disziplin der Geometrie erfuhr im 19. Jahrhundert revolutionäre Umwälzungen, als nichteuklidische Geometrien tatsächlich erstmals systematisch untersucht wurden. Um sich den seinerzeit entwickelten, neuen Ansatz ein wenig zu veranschaulichen, können Sie sich eine Fläche vorstellen, auf der Sand verteilt ist - durchaus ganz ungleichmäßig. Wenn man dann möglichst schnell von einem Punkt A der Fläche zu einem Punkt B kommen möchte, so kann es sein, dass die gerade Verbindungslinie nicht die beste Wahl ist: Vielleicht ist es günstiger und schneller, eine Stelle mit viel Sand zu umgehen. Diese "besten Verbindungslinien" heißen in der Mathematik Geodätische. Sie spielen in der euklidischen Geometrie die Rolle der gewöhnlichen Verbindungsstrecken.

Es ist von vorneherein nicht klar, ob die Geometrie unserer Welt nicht vielleicht auch von dieser "gekrümmten" Natur ist. Der Unterschied zur euklidischen Geometrie könnte ja ganz winzig sein. Er macht sich unter anderem dadurch bemerkbar, dass die Winkelsumme im Dreieck nicht mehr wie gewohnt gleich 180 Grad sein muss. Der Mathematiker Carl-Friedrich Gauß hat entsprechende Messungen vorgenommen, sein Testdreieck wurde von drei Berggipfeln gebildet. Heute weiß man – nach der allgemeinen Relativitätstheorie von Albert Einstein - dass der Raum "in

Wirklichkeit" gekrümmt ist. Die Abweichung ist allerdings so klein, dass sie mit den zur Zeit von Gauß zur Verfügung stehenden Methoden nicht zu entdecken war. Beim GPS-System muss die Relativitätstheorie aber berücksichtigt werden. Ein besonders wichtiger

Spezialfall ist die so genannte hyperbolische Geometrie. Da ist der Sand auf einer Kreisfläche ausgeschüttet, und zwar so, dass er zum Rand hin immer höher wird.

Die Geodätischen sind hier Teile von Kreisstücken, die senkrecht auf den Rand des Kreises auftreffen.

In dieser Geometrie kann man die meisten Konstruktionen nachvollziehen, die auch in der uns vertrauten euklidischen Geometrie möglich sind. Man kann Dreiecke konstruieren, Spiegelungen studieren und so weiter. Bemerkenswerterweise ist aber in dieser Geometrie-Welt die Winkelsumme im Dreieck stets kleiner als 180 Grad. Auf diese Weise kann die Gesamtfläche auf weit kompliziertere Weise aus einem einzigen Dreieck erzeugt werden, als es in der euklidischen Geometrie möglich ist.

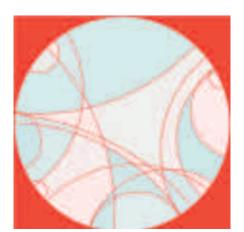
Davon hat sich übrigens auch der holländische Grafiker Maurits Cornelis Escher faszinieren lassen, der auf einem Mathematikerkongress in Amsterdam mit der nichteuklidischen Geometrie in Berührung kam. Auf dieser Seite sind zwei Escher-artige Bild gezeigt. Escher selbst stellte Schlangen und Fische dar.

Viele von den als preiswürdig erkannten Arbeiten Gromovs haben mit diesem Fragenkreis zu tun. So hat er schon in den 1980er Jahren neue Ansätze zum Studium gewisser Klassen von nichteuklidischen Geometrien vorgeschlagen. Man kann damit mathematisch präzisieren, in welchem Sinn zwei Geometrien "nahe beieinander" sind. Das hat wesentliche Impulse für die Klassifizierung dieser mathematischen Objekte nach sich gezogen.

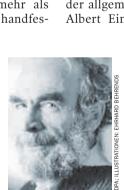
Um einen anderen Bereich des Gromovschen Werkes erläutern zu können, muss an den Gruppenbegriff erinnert werden. Für Arbeiten zur Gruppentheorie erhielten übrigens im vergangenen Jahr Griggs Thompson und Jacques Tits den Abel-Preis. Eine Gruppe ist ein Objekt, in dem man je zwei Objekte kombinieren kann, um ein neues zu erhalten: dabei müssen noch gewisse Eigenschaften erfüllt sein. Ein einfaches Beispiel sind die ganzen Zahlen ..., -2, -1, 0, 1, 2,..., wenn man unter "kombinieren" das Addieren versteht.

Auch in der Geometrie spielen Gruppen eine Rolle. Zeichnet man irgendeine Figur in die Ebene, so kann man nach jenen Transformationen der Ebene fragen, die diese Figur unverändert lassen. Man spricht dann auch von "Symmetrien". Zeichnet man etwa einen Kreis, so sind alle Drehungen um das Zentrum zulässig, bei einem Quadrat sind nur Drehungen um Vielfache von 90 Grad erlaubt. Die Gesamtheit der erlaubten Bewegungen ist immer eine Gruppe.

Gromov hat diesen Zusammenhang aber in gewisser Weise umgekehrt. In der von ihm wesentlich mitbegründeten "geometrischen Gruppentheorie" werden Gruppen studiert, die sich so verhalten, als wenn sie aus einer geometrischen Symmetrieüberlegung entstanden wären. Das hat sowohl die Gruppentheorie als auch die Geometrie um viele tiefe Einsichten bereichert.



In der so genannten hyperbolischen Geometrie sind die Verbindungen stets Teile von Kreisstücken, die senkrecht auf den Rand auftreffen



Preisträger Michail Leonidowitsch Gromow